LAPISAN SEMPADAN PADA PERMUKAAN TELAP YANG BERGERAK SELARI DENGAN ALIRAN BEBAS

Anuar Mohd Ishak & Roslinda Mohd Nazar
Pusat Pengajian Sains Matematik, Fakulti Sains dan Teknologi,
Universiti Kebangsaan Malaysia, 43600 UKM Bangi, Malaysia

PENGENALAN

Aliran lapisan sempadan terhadap permukaan rata, atau lebih dikenali sebagai masalah Blasius telah menarik minat ramai penyelidik sejak ia diperkenalkan oleh Blasius pada tahun 1908 (lihat Schlichting 1979). Dengan menggunakan penjelmaan keserupaan, Blasius memperoleh penyelesaian keserupaan dalam bentuk siri. Masalah Blasius ini kemudiannya diselesaikan secara berangka oleh Howarth (1938), menggunakan mesin hitung yang ada pada masa itu. Masalah Blasius ini terus menarik minat para penyelidik sehingga kini, yang menggunakan berbagai pendekatan berbeza untuk menyelesaikannya. Wang (2004) menggunakan kaedah penguraian Adomian (ADM) untuk menyelesaikan masalah klasik Blasius secara berangka. Keputusan berangka yang dilaporkan oleh Wang (2004) kemudiannya diperbaiki oleh Ishak (2006) dengan menggunakan pendekatan ADM-Padè. Bertentangan dengan masalah Blasius, Sakiadis (1961) mempertimbangkan aliran lapisan sempadan terhadap permukaan rata yang bergerak dalam bendalir tenang. Kajian ini mempertimbangkan pembentukan lapisan sempadan pada plat yang bergerak dalam arah yang sama atau bertentangan dengan arah halaju bebas. Masalah Blasius dan masalah Sakiadis merupakan dua kes khusus bagi kajian ini.

PERSAMAAN-PERSAMAAN ASAS DAN KAEDAH PENYELESAIAN

Pertimbangkan aliran mantap, dua matra melalui plat rata mengufuk yang bergerak dengan halaju malar U_w dalam arah yang sama atau bertentangan dengan arah aliran bebas U_∞. Hujung hadapan plat tersebut terletak pada asalan sistem koordinat Cartesan (x, y), dengan x dan y masing-masing disukat di sepanjang plat dan normal terhadap-nya. Menggunakan penghampiran lapisan sempadan, persamaan-persamaan menakluk diberi oleh (lihat Schlichting 1979):

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0\,, \tag{1}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\,, \tag{2}$$

tertakluk kepada syarat sempadan

$$u=U_w,\ v=0 \text{ pada } y=0\,;\ u\to U_\infty \text{ apabila } y\to\infty\,, \tag{3}$$

dengan u dan v masing-masing adalah komponen halaju dalam arah x dan y, mana-kala ν adalah kelikatan kinematik.

Bagi mendapatkan penyelesaian keserupaan bagi sistem persamaan (1)-(3), penjelmaan keserupaan berikut diperkenalkan:

$$\eta = y\left(\frac{U}{\nu x}\right)^{1/2}, \ \psi = \left(\nu x U\right)^{1/2} f\left(\eta\right), \tag{4}$$

dengan $U = U_w + U_\infty$, dan ψ adalah fungsi strim yang ditakrifkan sebagai $u = \partial\psi / \partial y$ dan $v = -\partial\psi / \partial x$. Dengan takrifan sedemikian, persamaan keselanjaran (1) dipenuhi, juga diperoleh

$$u = Uf'\left(\eta\right), \ v = \frac{1}{2}\left(\frac{\nu U}{x}\right)^{1/2}\left(\eta f' - f\right), \tag{5}$$

dengan tandaan (′) mewakili terbitan terhadap η. Supaya penyelesaian keserupaan bagi persamaan (1) dan (2) tertakluk kepada syarat sempadan (3) wujud, diandaikan bahawa

$$V_w(x) = -\frac{1}{2}\left(\frac{\nu U}{x}\right)^{1/2} f_0, \tag{6}$$

dengan $f_0 = f(0)$ adalah pemalar tanpa matra yang menentukan kadar transpirasi pada permukaan. Perlu dinyatakan bahawa $f_0 > 0$ mewakili sedutan, $f_0 < 0$ mewakili semburan, sementara $f_0 = 0$ adalah untuk plat tak telap. Menggunakan (4) dan (5), persamaan (2) terturun kepada persamaan keserupaan

$$f''' + \frac{1}{2} ff'' = 0, \tag{7}$$

tertakluk kepada syarat sempadan (3) yang dijelmakan menjadi

$$f(0) = f_0, \ f'(0) = \lambda; \ f'(\eta) \to 1 - \lambda \text{ apabila } \eta \to \infty. \tag{8}$$

Dalam syarat sempadan (8), λ adalah parameter nisbah halaju antara plat dengan aliran bebas yang ditakrifkan sebagai

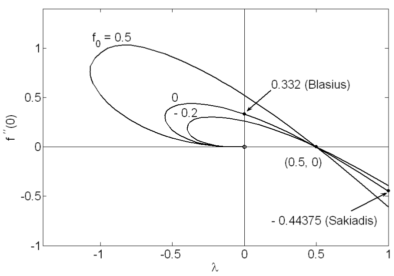
$$\lambda = \frac{U_w}{U}, \tag{9}$$

dengan $\lambda > 0$ dan $\lambda < 0$ masing-masing mewakili gerakan plat dalam arah yang sama dan dalam arah yang bertentangan dengan aliran bebas, manakala $\lambda = 0$ mewakili plat pegun. Untuk $f_0 = 0$ (plat tak telap), masalah yang dipertimbangkan ini terturun kepada masalah Blasius apabila $\lambda = 0$ $(U_w = 0)$, dan masalah Sakiadis apabila $\lambda = 1$ $(U_\infty = 0)$.

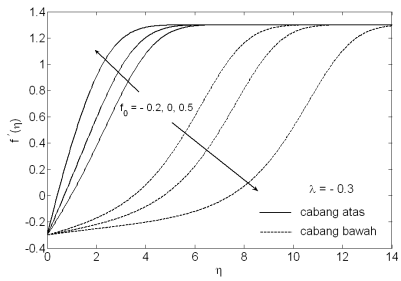
KEPUTUSAN DAN PERBINCANGAN

Persamaan (7) tertakluk kepada syarat sempadan (8) diselesaikan secara berangka menggunakan kaedah kotak Keller. Seperti yang dapat dilihat daripada Rajah 1, penyelesaian unik diperoleh bagi $\lambda \geq 0$, penyelesaian dual apabila $\lambda_c < \lambda < 0$ dan percabangan nod-pelana berlaku pada $\lambda = \lambda_c$. Berdasarkan kepada pengiraan berangka yang dilakukan, nilai λ_c adalah –0.3962, –0.5483 dan –1.0789, masing- masing bagi

$f_0 = -0.2$, 0 dan 0.5. Pemisahan lapisan sempadan berlaku pada $\lambda = \lambda_c$, oleh itu tiada penyelesaian diperoleh apabila $\lambda < \lambda_c$, dengan menggunakan penghampiran lapisan sempadan. Berbeza dengan teori klasik lapisan sempadan, pemisahan berlaku ketika pekali geseran kulit $C_f \operatorname{Re}_x^{1/2} > 0$ dan bukannya ketika $C_f \operatorname{Re}_x^{1/2} = 0$, sama seperti keputusan dilaporkan oleh Schneider & Wasel (1985) dan Anuar et al. (2006), bagi masalah olakan campuran di atas plat rata, dengan kesan daya keapungan diambil kira. Rajah 1 juga menunjukkan bahawa sedutan melambatkan pemisahan lapisan sempadan, sementara semburan bertindak sebaliknya. Profil halaju dalam Rajah 2 menyokong kewujudan dua penyelesaian apabila $\lambda = -0.3$, seperti ditunjukkan dalam Rajah 1.



Rajah 1 Perubahan dengan λ bagi pekali geseran kulit



Rajah 2 Profil halaju bagi beberapa nilai f_0

PENGHARGAAN

Penyelidikan ini ditaja oleh geran penyelidikan SAGA: STGL-013-2006 daripada Akademi Sains Malaysia.

RUJUKAN

Anuar Ishak, Roslinda Nazar & Pop, I. 2006. The Schneider problem for a micropolar fluid. *Fluid Dyn. Res.* 38: 489-502.

Howarth, L. 1938. On the solution of the laminar boundary layer equations. *Proc. Roy. Soc. London* A164: 547-579.

Ishak Hashim. 2006. Comments on "A new algorithm for solving classical Blasius equation" by Wang. *Appl. Math. Comput.* 176: 700-703.

Sakiadis, B.C. 1961. Boundary layer behaviour on continuous solid surface, II: The boundary layer on a continuous flat surface. *A.I.Ch.E. J.* 7: 221-225.

Schlichting, H. 1979. *Boundary-layer theory*. *7th edn.* New York: McGraw-Hill Inc.

Schneider, W. & Wasel, M.G. 1985. Breakdown of the boundary-layer approximation for mixed convection above a horizontal plate. *Int. J. Heat Mass Transfer* 28: 2307-2313.

Wang, L. 2004. A new algorithm for solving classical Blasius equation. *Appl. Math. Comput.* 157: 1-9.